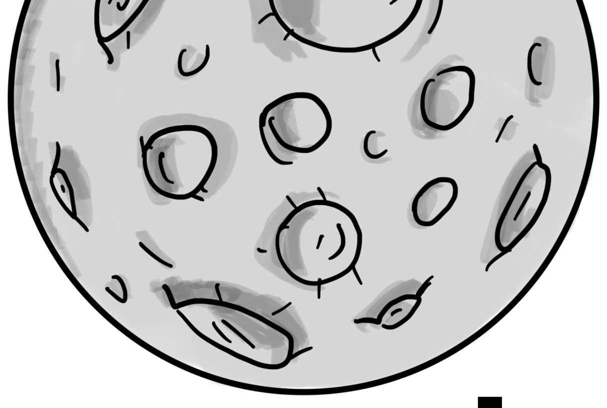
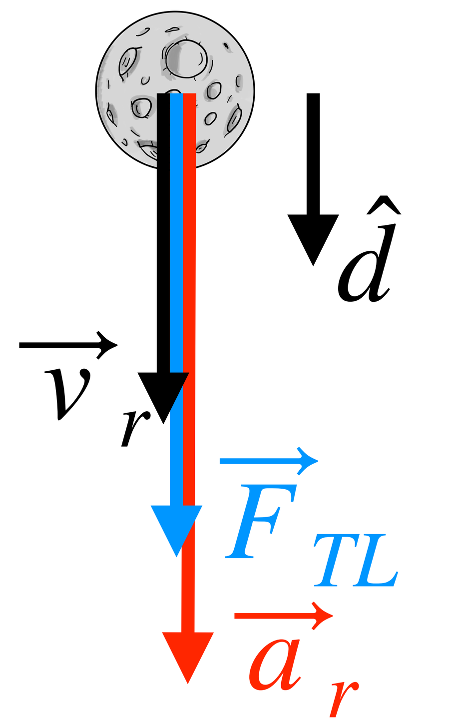


Luna cadente

Costante di gravitazione universale: $G = 6.6743 \times 10^{-11}$ N m²/kg²
Massa della Terra: $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
Massa della Luna: $M_L = 7{,}34 \times 10^{22}$ kg
Velocità della Luna: $V_L = 1018{,}12$ m/s
Distanza Terra-Luna: $d = 3{,}844 \times 10^8$ m
Periodo di rotazione delle Luna: $T_L = 2\pi d / V_L = 2{,}37 \times 10^6$ s

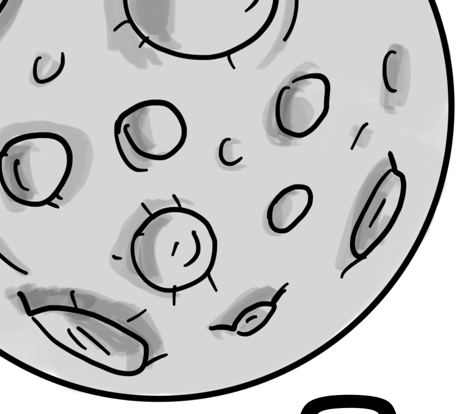


Se la Luna cadesse

accelererebbe lungo la traiettoria rettilinea
che unisce il suo centro e quello della Terra.
La forza gravitazionale Terra-Luna è espressa
dalla legge di gravitazione universale di Isaac Newton, i termini della **costante di gravitazione universale** G, delle **masse** M_L, M_T, della Luna e della Terra, della **distanza tra i centri** d

$$\vec{F}_{TL} = G\frac{M_L \cdot M_T}{d^2}\hat{d}$$

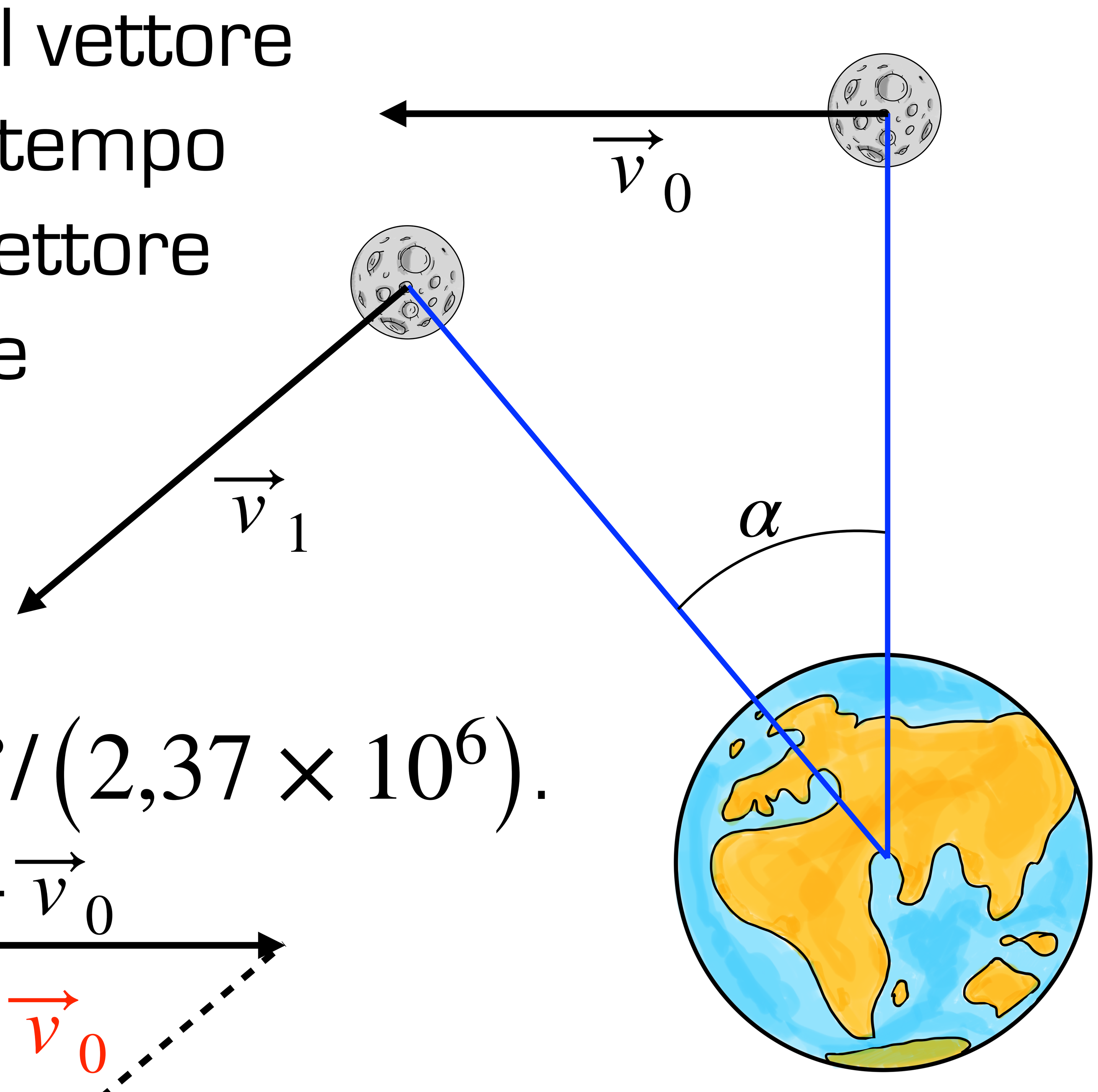
Il vettore $\hat{d}$ ha modulo 1, è disposto lungo la retta Terra-Luna e, applicato al centro della Luna è diretto verso la Terra.
La forza gravitazionale è **attrattiva**.
Sappiamo che l'accelerazione $\vec{a}$ di un corpo di massa m conseguente all'agire su di esso di una forza $\vec{F}$, è proporzionale alla stessa e verifica l'equazione della seconda legge della dinamica $\vec{F} = m\vec{a}$.
Usando: questa relazione tra forza e accelerazione, il valore della massa della Luna M_L e la formula della forza gravitazionale Terra-Luna $\vec{F}_{TL}$, calcola il modulo del vettore $\vec{a}_r$ dell'accelerazione della Luna in caduta verso la Terra.



Luna orbitante

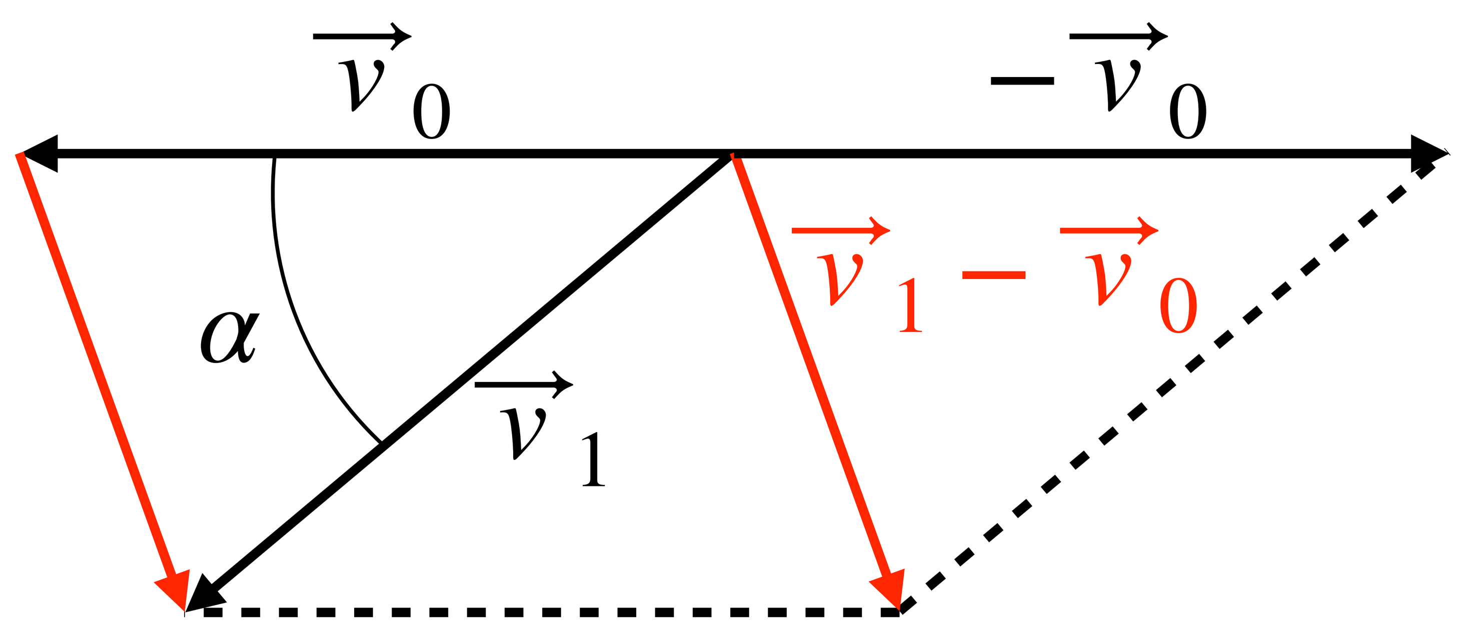
Se la Luna orbitasse...

La velocità della Luna orbitante è **costante** in **modulo** ma **varia** in **direzione** e **verso**. Ne consegue che anche la Luna orbitante **accelera**. Calcoliamo la variazione del vettore velocità della Luna in un intervallo di tempo di un solo secondo. In un secondo il vettore della velocità ruota di un angolo α che sta all'angolo giro come un secondo sta al periodo di rotazione completa.



Si ha la proporzione:

$\alpha : 360° = 1$ s $: T_L$ da cui: $\alpha = 360°/\left(2{,}37 \times 10^6\right)$.

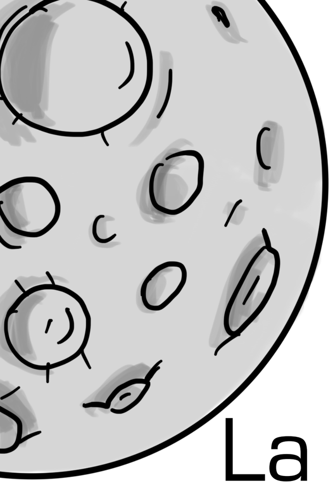


Indichiamo con $\vec{v}_0$ e $\vec{v}_1$ le velocità ai tempi $t = 0$ e $t = 1$ s. Il modulo della differenza $\vec{v}_1 - \vec{v}_0$ è la base del triangolo isoscele avente per lati i moduli uguali di $\vec{v}_0$ e $\vec{v}_1$, coincidenti con V_L: $|\vec{v}_0| = |\vec{v}_1| = V_L$ e angolo al vertice opposto α.

Poiché l'angolo α è piccolissimo, la lunghezza della base è circa uguale a quella dell'arco di circonferenza di raggio V_L e angolo sotteso α, ovvero

$$|v_1 - v_0| \simeq V_L \cdot \alpha \cdot 2\pi/360° = V_L \cdot 2\pi/\left(2{,}37 \times 10^6\right).$$

Calcola il modulo del vettore accelerazione $\vec{a}_o$ dividendo il modulo della variazione di velocità per l'intervallo di tempo cui si riferisce e confronta il risultato ottenuto con quello del caso in cui si abbia la "caduta" rettilinea della Luna sulla Terra.
La Luna sta cadento o orbitando?



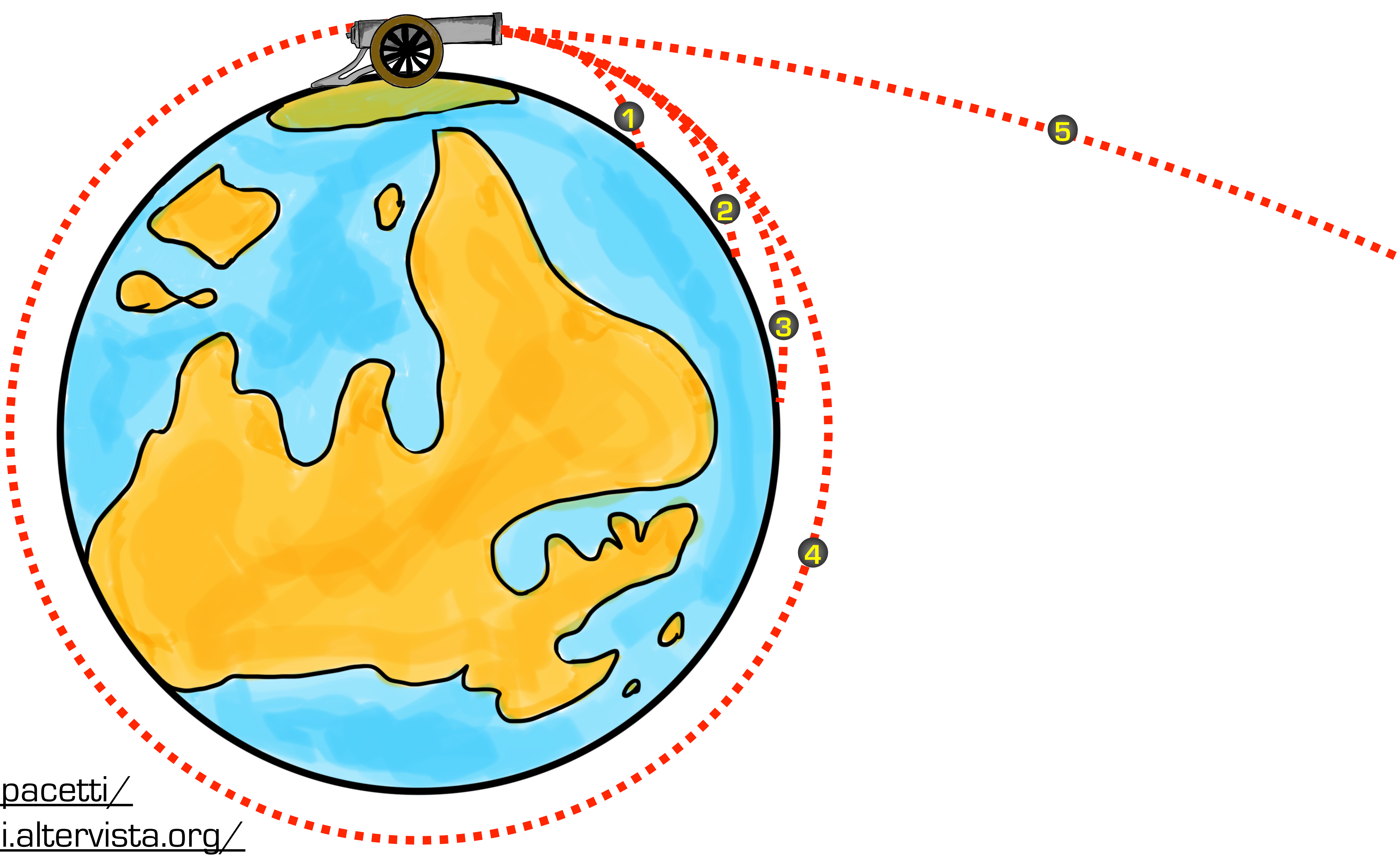
La Luna orbita o cade?

La Luna fa entrambe le cose, ovvero **cade orbitando** o, allo stesso modo, **orbita cadendo**. In fin dei conti, **orbitare** significa solo **cadere con una particolare velocità iniziale**.

Per capire questo "strano" fenomeno, ragioniamo come avrebbe fatto Albert Einstein e cioè facendo un "Gedankenexperiment", vale a dire un **esperimento pensato.**

Facile no?

- Posizioniamo un cannone al Polo Sud, su una superficie piana o lo orientiamo per sparare colpi ad **alzo zero**, cioè con un vettore velocità iniziale parallelo al piano del terreno.
- Consideriamo una serie di spari con potenze crescenti, capaci, quindi di imprimere alle palle di cannone **velocità iniziali sempre più elevate**.
- Assumendo completamente trascurabile la resistenza dell'aria, tutte le traiettorie saranno **paraboliche.** In particolare, la porzione di parabola tracciata dalle palle di cannone inizia nel punto di massimo, in corrispondenza della bocca del cannone, per poi descrivere il tratto discendente fino al punto di impatto.
- Nella figura sono rappresentate le traiettorie che si avrebbero con velocità iniziali crescenti. Dalla "1", la più piccola, fino alla "3", con punti di impatto sempre più distanti.
- C'è una particolare velocità di uscita, la "4" nel disegno, per la quale la traiettoria parabolica ha la **stessa curvatura della superficie terrestre**. Ovvero, man mano che la stessa traiettoria si ripiega verso il centro, la superficie della Terra si **incurva sottraendosi all'impatto**. La palla di cannone sparata con questa particolare velocità iniziale **entra in orbita** intorno alla terra.
- Se sparassimo, come nel caso "5", con una potenza maggiore di quella necessaria e sufficiente per mandare in orbita la palla di cannone, questa **sfuggirebbe** alla forza di attrazione gravitazionale terrestre, **allontanandosi indefinitamente** e perdendosi nello spazio.



Simone & Manuela
https://www.fisgeo.unipg.it/pacetti/
http://www.manuelacasasoli.altervista.org/