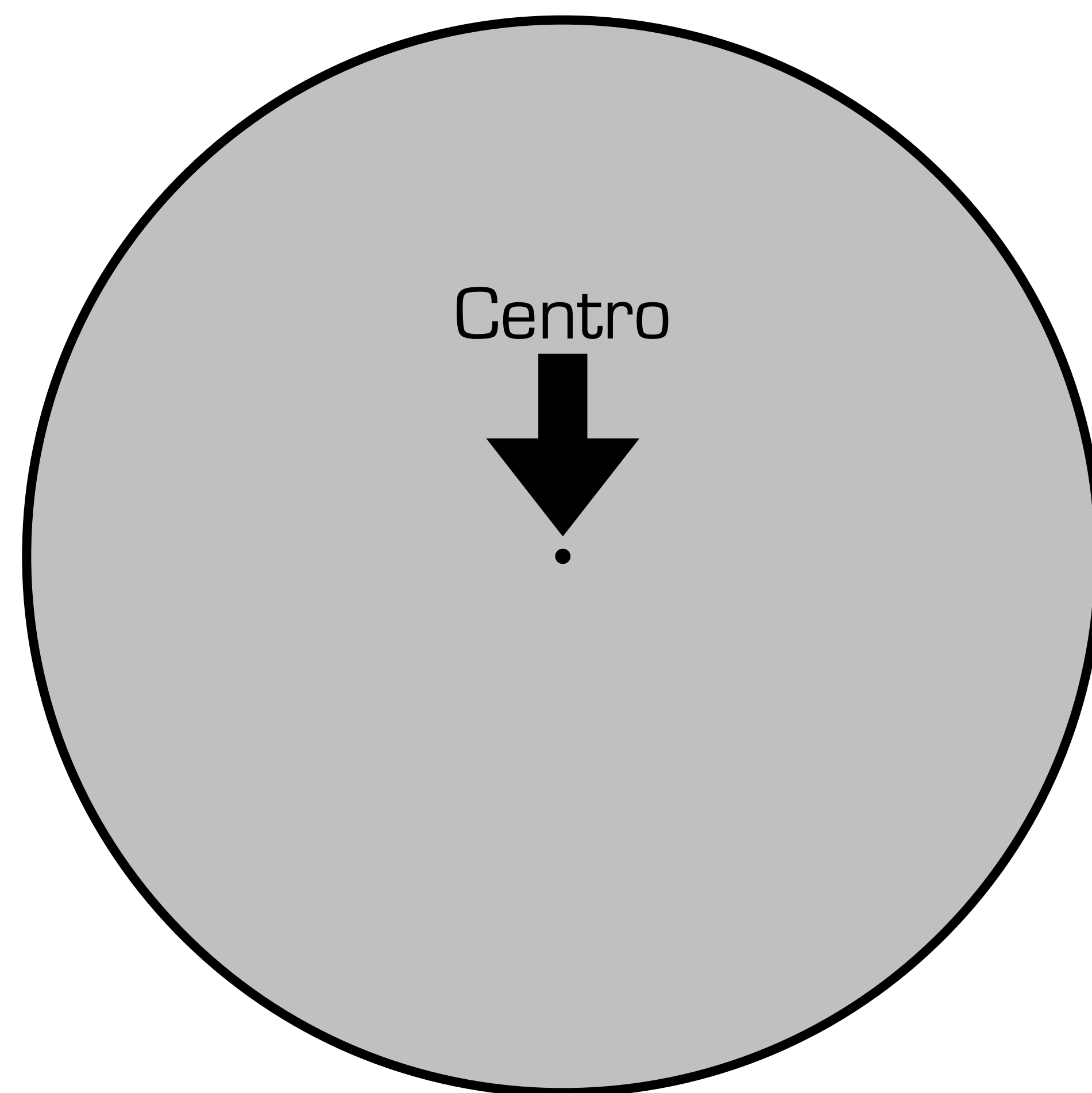


Dimostrazione del teorema di **Toshikazu Kawasaki**

Toshikazu Kawasaki è un matematico e un maestro di origami giapponese.

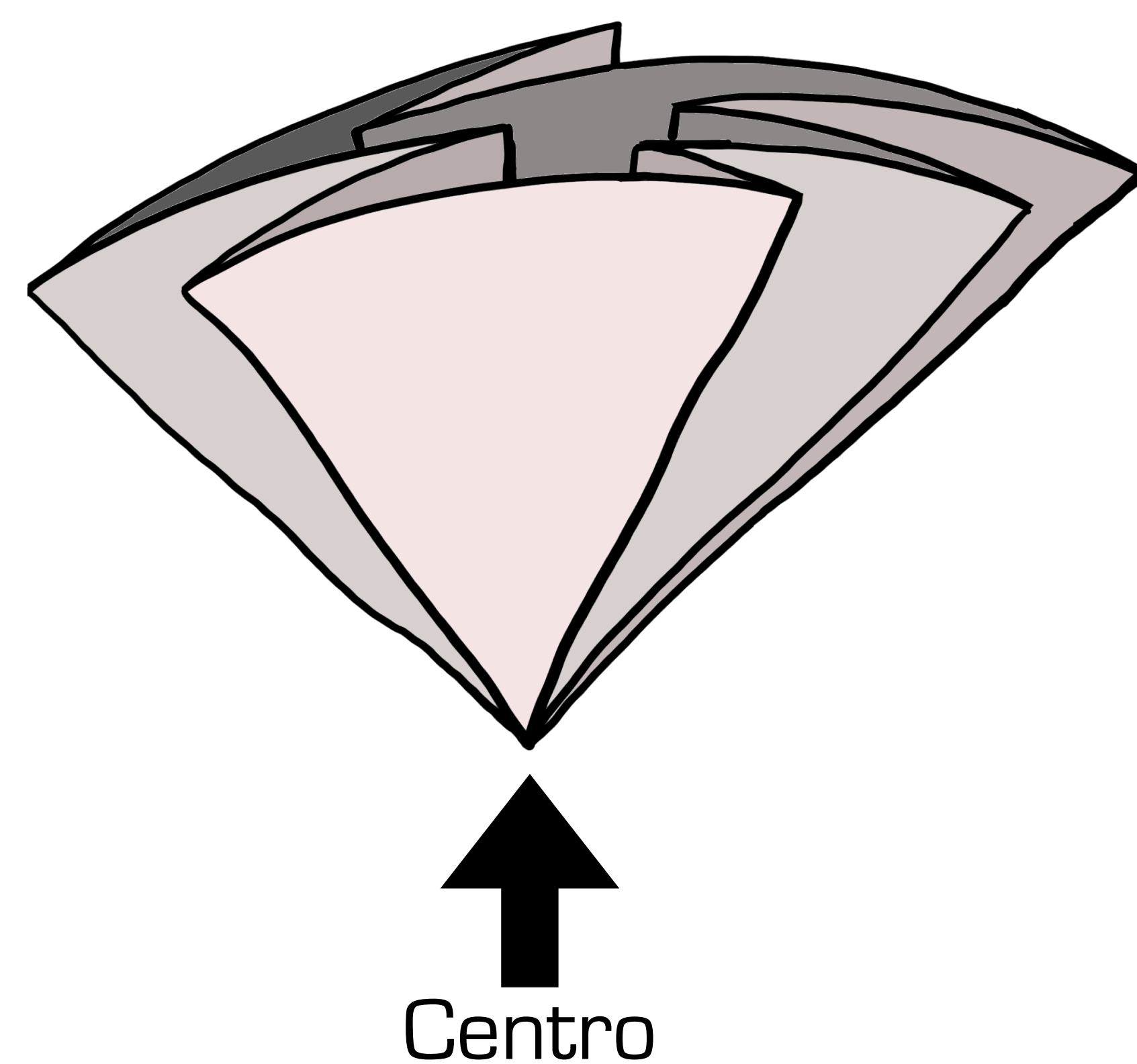
Primo passaggio

Ritagliamo il disco dal foglio che ci è stato fornito. Il puntino nero ne indica il centro.



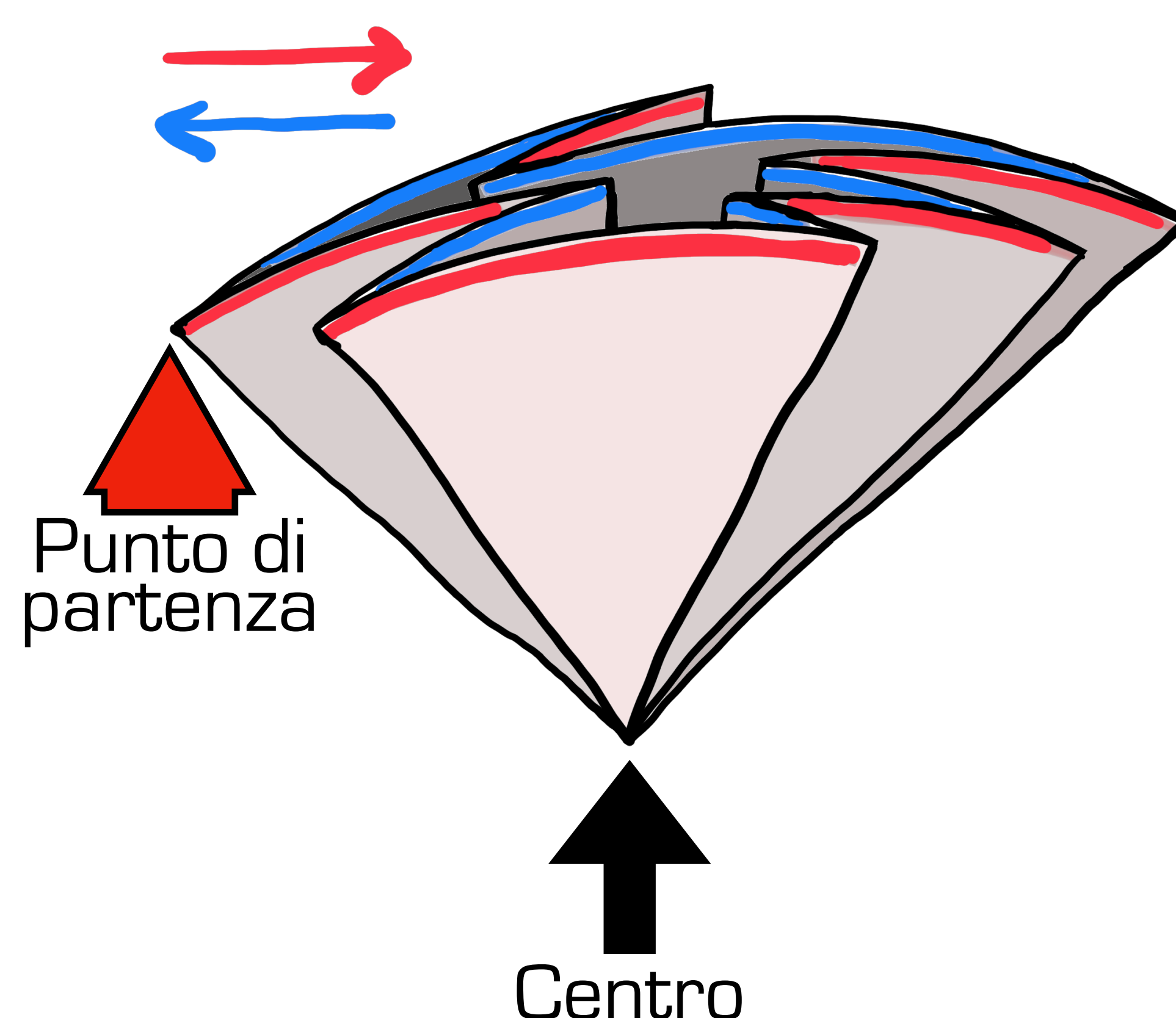
Secondo passaggio

Come mostrato in figura, ripieghiamo più volte il disco di carta in modo del tutto arbitrario. Alla fine otteniamo uno spicchio con più strati ma ben schiacciato.



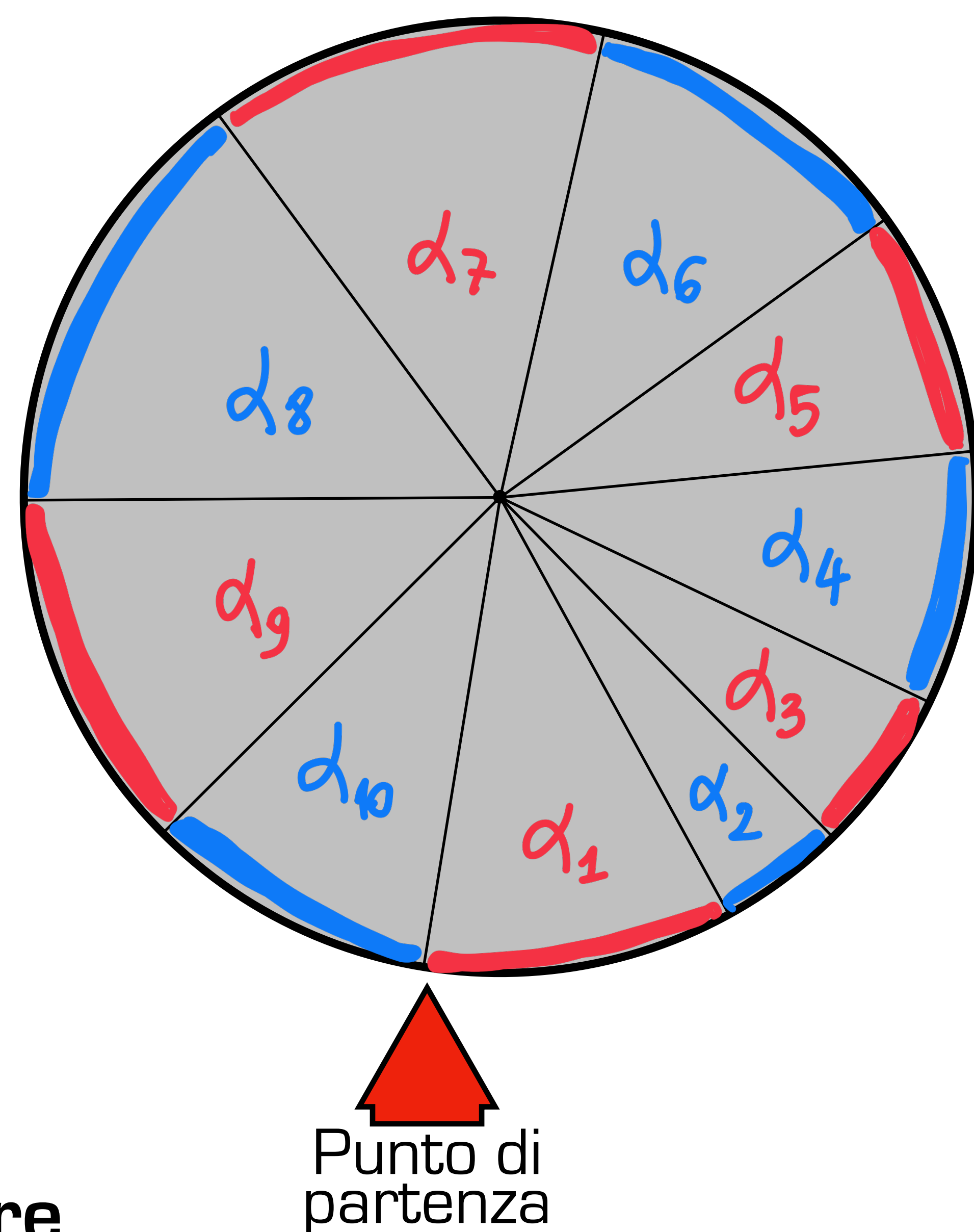
Terzo passaggio

Scegliamo il lato sinistro di uno degli spicchi come punto di partenza, come indicato dalla freccia rossa nella figura. Da questo punto possiamo percorrere il bordo del disco, seguendo le pieghe. Ci sono tratti che percorriamo da sinistra verso destra, alternati a tratti che percorriamo nel verso opposto, da destra verso sinistra, fino a tornare al punto di partenza. Come mostrato in figura, coloriamo in **rosso** il bordo esterno dei tratti percorsi da **sinistra verso destra**, in **blu** quello dei tratti percorsi da **destra verso sinistra**.



Quarto passaggio

Riapriamo il disco, vedremo così le linee delle piegature che rappresentano dei raggi e quindi delimitano degli spicchi. I bordi di questi spicchi saranno colorati alternativamente in **rosso** e **blu**, come mostrato in figura. Iniziando dal punto di partenza, indichiamo con α_1 il primo spicchio, che è rosso, con α_2 il secondo, che è invece blu e così via. Gli spicchi rossi hanno indici dispari, quelli blu pari.



Quinto passaggio - Osservazione e misure

Cominciamo a lavorare.

- Verifichiamo che il numero totale degli spicchi è un **numero pari** (nell'esempio è infatti 10).
- Misuriamo con il goniometro gli angoli al centro di tutti gli spicchi e chiamiamo con α_1 , l'angolo al centro del primo spicchio α_1 , con α_2 quello del secondo spicchio α_2 , e così via.

Sesto passaggio - Un po' di calcoli

- ◇ Sommiamo tutti gli "angoli dispari", ovvero tutti quelli degli **spicchi rossi**:
 $\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + \dots = ?$ Quanto fa questa somma?
- ◇ Sommiamo tutti gli "angoli pari", ovvero tutti quelli degli **spicchi blu**:
 $\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_6 + \dots = ?$ Quanto fa questa somma?
- ◇ Quanto otterremmo se invece di sommare sommassimo e sottraessimo alternativamente angoli **dispari rossi** e **pari blu**? O meglio quanto farebbe questa espressione?
 $\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4 + \alpha_5 - \alpha_6 + \alpha_7 \dots = ?$

Settimo passaggio - La tesi del teorema di Toshikazu Kawasaki

Dall'esperimento appena effettuato e soprattutto dai risultati dei calcoli fatti con gli angoli ottenuti nel caso una piegatura **arbitraria** del disco, cosa possiamo dedurre? Proviamo a formalizzare la tesi del teorema, inserendo le parole e i numeri mancanti nella frase che segue.

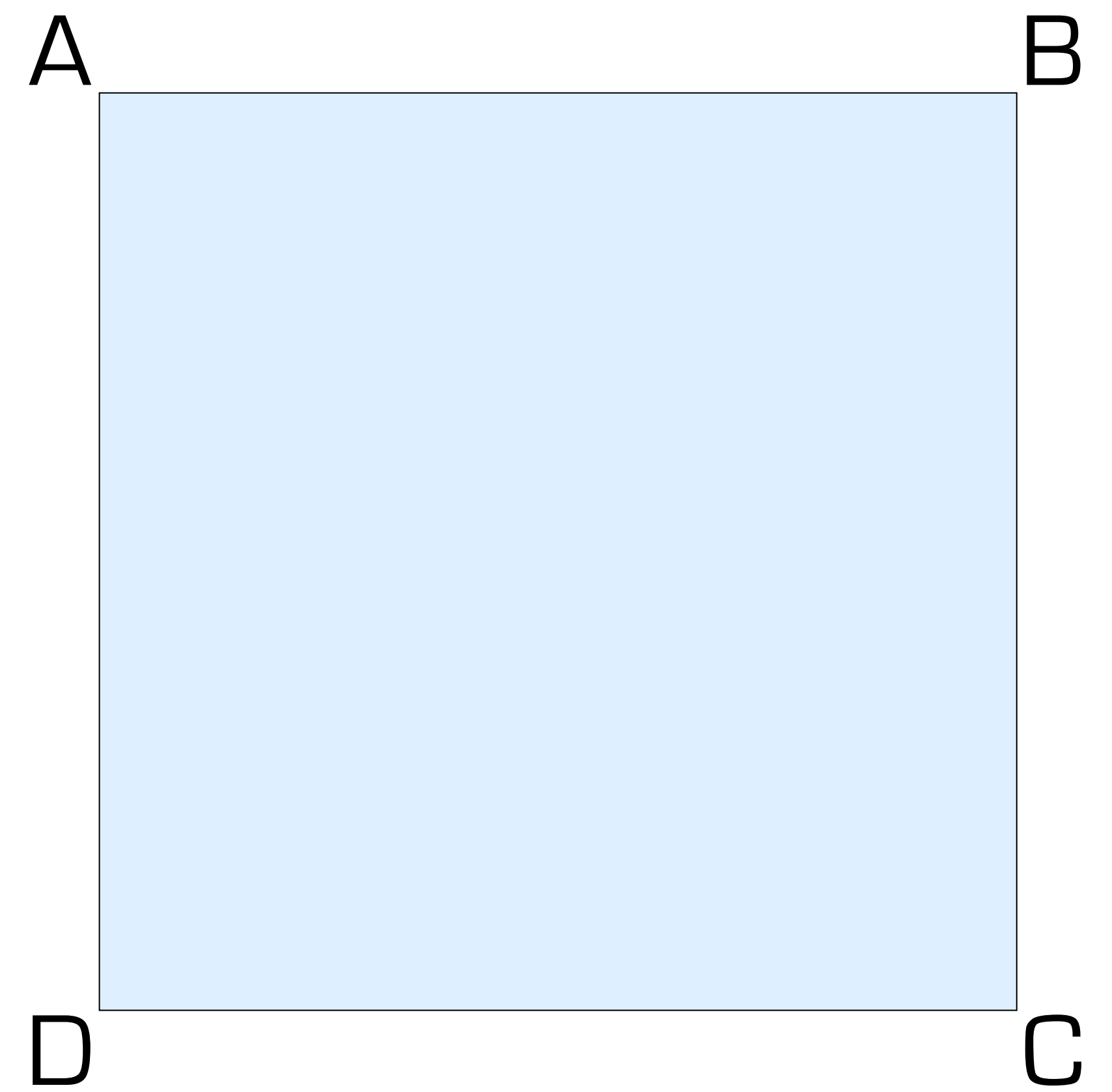
Piegando a spicchi un disco in modo che tutte le pieghe si irraggino dallo stesso centro si ottiene una suddivisione del disco in un numero di spicchi. La somma degli angoli pari è alla somma degli angoli dispari e entrambe valgono gradi.

Dimostrazione del primo teorema di Kazuo Haga

Kazu Haga è stato un entomologo giapponese.

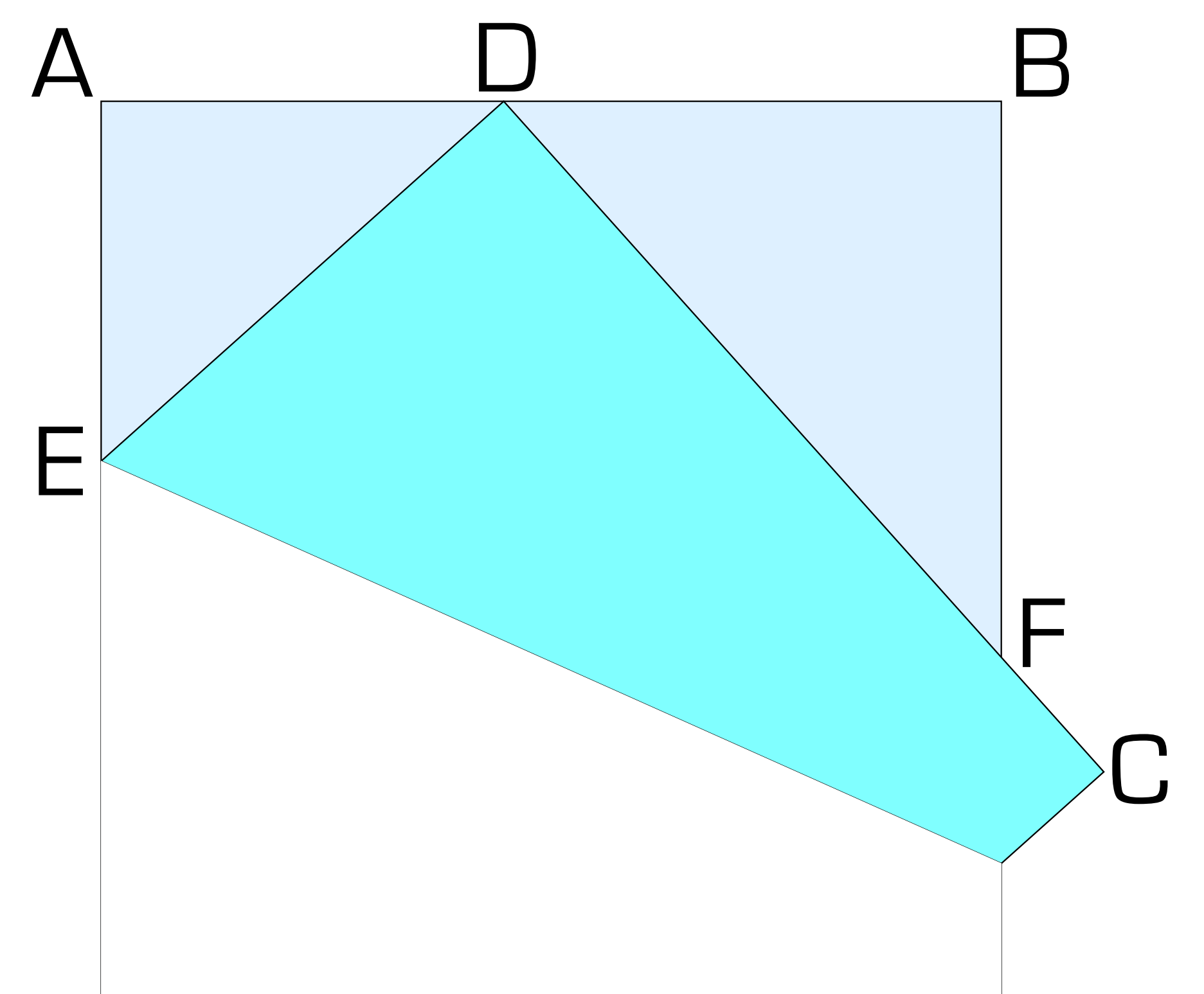
Primo passaggio

Partiamo con un foglio quadrato con lato di lunghezza 1 dm.



Secondo passaggio

Pieghiamo il foglio come mostrato in figura, in modo che il vertice **D** si disponga sul lato **AB**, in una posizione qualsiasi. Dopo aver ben piegato il foglio, si identificano i punti **E**, lungo il lato sinistro del quadrato e il punto **F**, lungo il lato destro. Il punto **F** rappresenta l'intersezione del segmento **CD**, una volta ripiegato, con il lato destro del quadrato.



Il primo teorema di Kazuo Haga

La lunghezza in dm del segmento **BF** si ottiene da quella in dm del segmento **AD** con la formula

$$BF = [2 \times AD] : [AD + 1].$$

La verifica del primo teorema di Kazuo Haga

- ▶ Facciamo **tre piegature diverse** del tipo mostrato nella seconda figura.
- ▶ Misuriamo in dm nei tre casi le lunghezze dei segmenti **AD** e **BF**.
- ▶ **Con i tre valori misurati in dm del segmento AD calcoliamo le tre quantità** $[2 \times \mathbf{AD}] : [\mathbf{AD} + 1]$.
- ▶ Riempiamo la tabella seguente.
- ▶ Verifichiamo la tesi del teorema di Haga confrontando i valori delle ultime due colonne.

| | Lunghezza di AD in dm | Lunghezza di BF in dm | $[2 \times \mathbf{AD}] : [\mathbf{AD} + 1]$ in dm |
|---|------------------------------|------------------------------|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |

Simone & Manuela

<https://www.fisgeo.unipg.it/pacetti/>

<http://www.manuelacasasoli.altervista.org/>