VERIFICA DI MATEMATICA - 8 aprile 2024 classe 2ªD

Nome: ________________________ Cognome: ________________________

Aritmetica

1. Completa le due tabelle, calcolando la costante di proporzionalità dai dati noti e indicando se si tratta di una proporzionalità diretta oppure inversa. Scrivi la funzione matematica che lega le due variabili sia in a) che in b).

a)

x	4	…	2	1	12	1/2	…	9
y	6	3	…	24	…	…	8	…

b)

x	10	5	20	15	…	…	40	1
y	2	…	4	…	3/5	1/2	…	1/5

Soluzione

$y = \frac{24}{x}$ **Proporzionalità Inversa**

x	4	8	2	1	12	1/2	3	9
y	6	3	12	24	2	48	8	8/3
Infatti:								
$x \cdot y$	24	24	24	24	24	24	24	24

$y = \frac{1}{5}x$ **Proporzionalità Diretta**

x	10	5	20	15	3	5/2	40	1
y	2	1	4	3	3/5	1/2	8	1/5
Infatti:								
$y : x$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

$0{,}2 = \frac{1}{5}$

2. Per ognuna delle funzioni sottostanti indica se si tratta di una proporzionalità diretta (D), inversa (I) o quadratica (Q) e scrivi la costante k di proporzionalità.

a) $y = \frac{1}{3}x$ b) $\frac{y}{x} = 4$ c) $y \cdot x = \frac{2}{3}$ d) $y = \frac{4x}{5}$ e) $y = \frac{6}{5}x^2$ f) $4y = \frac{8}{x}$

Soluzione

a) Diretta - $k = \frac{1}{3}$

b) Diretta - $k = 4$

c) Inversa - $k = \frac{2}{3}$

d) Diretta - $k = \frac{4}{5}$

e) Quadratica - $k = \frac{6}{5}$

f) Inversa - $k = 2$

3. Un trasloco viene effettuato da 4 operai in 12 ore. In quanto tempo sarebbe stato effettuato da 6 operai?

Soluzione

Possiamo schematizzare il problema nella maniera seguente.

numero di operai	ore di lavoro
4	12
6	x

Il problema è, quindi, risolto dalla seguente proporzione: $x : 12 = 4 : 6 \Rightarrow x = \frac{12 \times 4}{6} = 8$ ore di lavoro.

4. Un condotto riempie in 50 minuti un serbatoio di 8 *dal* (decalitri). In quanto tempo riempirà un altro serbatoio di 200 l (litri)?

Soluzione

Possiamo schematizzare il problema nella maniera seguente.

t (minuti)	V (litri)
50	80
x	200

Il problema è, quindi, risolto dalla seguente proporzione:

$$x : 50 = 200 : 80 \Rightarrow x = \frac{50 \times 200}{80} = 125 \text{ minuti, cioè 2 ore e 5 minuti.}$$

5. Un tale acquista 12 bottiglie di olio, ciascuna della capacità di 2,5 litri, spendendo 147 euro. Quante bottiglie della stessa qualità di olio e della capacità di 7 litri ciascuna potrebbe acquistare con la somma di 480,20 euro?

Soluzione

Possiamo schematizzare il problema nella maniera seguente.

numero di bottiglie	**V (litri)**	**euro**
12	2,5	147
x	7	480,20

La soluzione è quindi: $x = 12 \times \frac{2{,}5}{7} \times \frac{480{,}20}{147} = 14$ bottiglie.

6. *Invalsi 2010-2011*.

Per trovare il 27% di 350 si deve

☐ A. dividere 350 per 27
☐ B. dividere 350 per 0,27
☐ C. moltiplicare 350 per 27
☐ D. moltiplicare 350 per 0,27

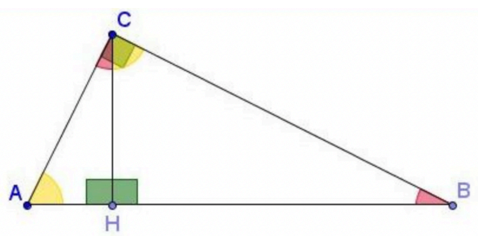
Soluzione

La risposta corretta è la D. Infatti, $350 \times \frac{27}{100} = 350 \times 0{,}27$.

Geometria

7. Disegna un triangolo rettangolo, l'altezza relativa all'ipotenusa e scrivi le proporzioni che rappresentano il primo e il secondo teorema di Euclide.

Soluzione



Le proporzioni che rappresentano l'enunciato del primo teorema di Euclide sono: $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AH}$ e $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{HB}$. La proporzione che rappresenta l'enunciato del secondo teorema di Euclide è: $\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} : \overline{HB}$.

8. I perimetri di due trapezi simili sono 64 cm e 40 cm. Sapendo che l'area del primo trapezio è 384 cm², calcola l'area del secondo trapezio.

Soluzione

Il rapporto di similitudine tra i due trapezi è uguale a $k = \frac{P_1}{P_2} = \frac{64}{40} = \frac{8}{5}$. Il rapporto tra le aree è quindi $k^2 = \frac{A_1}{A_2} = \frac{64}{25}$.

L'area del secondo trapezio è $A_1 : A_2 = 64 : 25 \Rightarrow 384 : A_2 = 64 : 25 \Rightarrow A_2 = \frac{384 \times 25}{64} = 150$ cm².

9. Qual è il rapporto di similitudine tra due rettangoli, il primo di area 268,8 cm² e il secondo avente la diagonale e la base, rispettivamente, di 29 cm e 21 cm?

Soluzione

L'altezza del secondo rettangolo è lunga $h = \sqrt{29^2 - 21^2} = 20$ cm. L'area del secondo rettangolo è $A_2 = 21 \times 20 = 420$ cm². Il quadrato del rapporto di similitudine è $k^2 = \frac{268{,}8}{420} = 0{,}64$. Il rapporto di similitudine è quindi $k = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

10. In un triangolo rettangolo la somma di un cateto e della sua proiezione sull'ipotenusa misura 32,4 cm. Sapendo che il loro rapporto è $\frac{5}{4}$, calcola il perimetro e l'area del triangolo.

Soluzione

Il cateto misura $32{,}4 : 9 \times 5 = 18$ cm e la sua proiezione è lunga $32{,}4 : 9 \times 4 = 14{,}4$ cm. La lunghezza dell'ipotenusa si calcola applicando il primo teorema di Euclide, cioè $i : 18 = 18 : 14{,}4$ da cui si ricava $i = \frac{18^2}{14{,}4} = 22{,}5$ cm. Il cateto minore è lungo $c = \sqrt{22{,}5^2 - 18^2} = 13{,}5$ cm. Il perimetro del triangolo è lungo $p = 18 + 13{,}5 + 22{,}5 = 54$ cm. L'area del triangolo è $A = \frac{13{,}5 \times 18}{2} = 121{,}5$ cm².

11. Calcola il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo, sapendo che la proiezione del cateto maggiore sull'ipotenusa misura 25,6 cm ed è $\frac{4}{3}$ dell'altezza relativa all'ipotenusa.

Soluzione

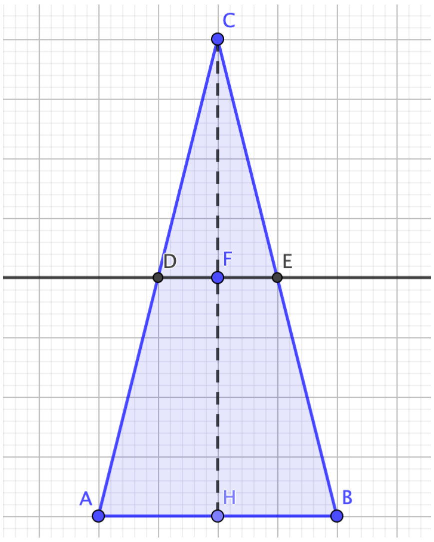
L'altezza relativa all'ipotenusa è lunga $h_i = 25{,}6 : 4 \times 3 = 19{,}2$ cm. La lunghezza della proiezione del cateto minore sull'ipotenusa si calcola applicando il secondo teorema di Euclide. Infatti, $proiezione_c : 19{,}2 = 19{,}2 : 25{,}6$ da cui $proiezione_c = \frac{19{,}2^2}{25{,}6} = 14{,}4$ cm. L'ipotenusa è quindi lunga $i = 14{,}4 + 25{,}6 = 40$ cm. Il cateto minore è lungo $c = \sqrt{19{,}2^2 + 14{,}4^2} = 24$ cm e il cateto maggiore è lungo $C = \sqrt{19{,}2^2 + 25{,}6^2} = 32$ cm.

Il perimetro è lungo $p = 24 + 32 + 40 = 96$ cm. L'area è $A = \frac{32 \times 24}{2} = 384$ cm^2.

12. In un triangolo isoscele la base e l'altezza misurano, rispettivamente 36 cm e 24 cm. Una parallela alla base del triangolo passa per il punto medio dell'altezza e divide il triangolo dato in due parti; calcola l'area di ciascuna di esse.

Soluzione

Il disegno è il seguente.



L'area del triangolo ABC è $A_{ABC} = \frac{36 \times 24}{2} = 432$ cm^2. Il triangolo ABC è simile al triangolo DEC. Il rapporto di similitudine è $k = 2$. Conseguentemente, $\overline{DE} = 18 : 2 = 9$ cm e $\overline{FC} = 24 : 2 = 12$ cm. L'area del triangolo DEC è $A_{DEC} = \frac{12 \times 18}{2} = 108$ cm^2. L'area del trapezio $ABED$ è $A_{ABED} = 432 - 108 = 324$ cm^2.