VERIFICA DI MATEMATICA - 11 marzo 2024 classe 3ªD

Nome: ________________________ Cognome: ________________________

Algebra

1. Calcola il valore della seguente espressione letterale.

$$\left[\left(a-\frac{2}{3}b\right)\cdot\left(a+\frac{2}{3}b\right)-\left(a+\frac{1}{3}b\right)^2\right]-\left(-\frac{1}{3}a^2b^2\right):\left(\frac{4}{3}ab\right)=$$

Soluzione

$$\left[\left(a-\frac{2}{3}b\right)\cdot\left(a+\frac{2}{3}b\right)-\left(a+\frac{1}{3}b\right)^2\right]-\left(-\frac{1}{3}a^2b^2\right):\left(\frac{4}{3}ab\right)=$$

$$\left[a^2-\frac{4}{9}b^2-a^2-\frac{2}{3}ab-\frac{1}{9}b^2\right]+\frac{1}{4}ab=$$

$$-\frac{5}{9}b^2-\frac{2}{3}ab+\frac{1}{4}ab=-\frac{5}{9}b^2-\frac{5}{12}ab$$

2. Risolvi e verifica la seguente equazione.

$$x-6(x-2)+3=2x+3(x-1)-2$$

Soluzione

$x-6(x-2)+3=2x+3(x-1)-2 \Rightarrow x-6x+12+3=2x+3x-3-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x-6x-2x-3x=-12-3-3-2 \Rightarrow -10x=-20 \Rightarrow x=2$

Verifica: $x-6(x-2)+3=2x+3(x-1)-2 \Rightarrow 2+3=4+3-2 \Rightarrow 5=5$

3. Risolvi e verifica la seguente equazione.

$$\frac{2(x-2)}{3}-\frac{3(x-4)}{2}+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}$$

Soluzione

$\frac{2(x-2)}{3}-\frac{3(x-4)}{2}+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}x+\frac{1}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow 8x-16-18x+72+6x=9x+4 \Rightarrow 8x-18x+6x-9x=16-72+4 \Rightarrow$

$\Rightarrow -13x=-52 \Rightarrow x=4$

Verifica: $\frac{2(x-2)}{3}-\frac{3(x-4)}{2}+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}x+\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{4}{3}+2=3+\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{10}{3}=\frac{10}{3}$

4. Risolvi la seguente equazione.

$$\frac{(x-5)(x+5)}{2}-\frac{x^2+5x}{3}=\frac{2x+1}{3}+\frac{(x+2)^2}{6}$$

Soluzione

$$\frac{(x-5)(x+5)}{2}-\frac{x^2+5x}{3}=\frac{2x+1}{3}+\frac{(x+2)^2}{6}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{x^2-25}{2}-\frac{x^2+5x}{3}=\frac{2x+1}{3}+\frac{x^2+4x+4}{6}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2-75-2x^2-10x=4x+2+x^2+4x+4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -10x-4x-4x=75+2+4\Rightarrow -18x=81\Rightarrow x=-\frac{9}{2}$$

5. In una leva di primo genere in equilibrio, la potenza è il quadruplo della resistenza aumentata di 5 kg e i bracci sono rispettivamente di 6 m e 26 m. Calcola la potenza e la resistenza. Ricorda la legge dell'equilibrio: $P\cdot b_P=R\cdot b_R$ e risolvi il problema impostando un'equazione.

Soluzione

Poniamo la resistenza $R=x$, quindi, $P=4R+5kg=4x+5$. Possiamo quindi impostare la legge dell'equilibrio delle leve nella maniera seguente: $(4x+5)\cdot 6=x\cdot 26$. Si ricava quindi che $x=15$ kg, che è la resistenza, e la potenza è $P=4\times 15+5=65$ kg.

6. Un trapezio isoscele è circoscritto a una circonferenza. La base minore è $\frac{1}{4}$ della base maggiore e il perimetro del trapezio è 120 cm. Calcola l'area del trapezio. Risolvi il problema impostando un'equazione.

Soluzione

Essendo un quadrilatero circoscritto la somma dei lati opposti è congruente, cioè la somma delle due basi è uguale alla somma dei due lati obliqui. Il lato obliquo è quindi lungo 30 cm. Possiamo indicare con x la base maggiore e $\frac{1}{4}x$ la base minore. Si può quindi impostare la seguente equazione: $\frac{1}{4}x+x=60$, da cui si ricava che $x=48$ cm. La base maggiore è lunga 48 cm e quella minore 12 cm. L'altezza del trapezio è lunga $h=\sqrt{30^2-18^2}=24$ cm. L'area del trapezio è quindi $A=\frac{(48+12)\times 24}{2}=720$ cm².

Geometria

7. Una piramide retta alta 62 cm ha per base un triangolo isoscele. Il lato obliquo e la base del triangolo misurano rispettivamente 51 cm e 48 cm. Calcola il volume e la massa in kg del solido, sapendo che è fatto di vetro ($d = 2{,}5$ g/cm³).

Soluzione

L'altezza del triangolo isoscele di base è lunga $h = \sqrt{51^2 - 24^2} = 45$ cm. L'area della base della piramide è quindi $A = \dfrac{48 \times 45}{2} = 1080$ cm². Il volume della piramide è $V = \dfrac{1080 \times 62}{3} = 22320$ cm³. La massa della piramide è $m = d \cdot V = 2{,}5 \times 22320 = 55800$ g, cioè 55,8 kg.

8. Un solido è formato da un cubo e da una piramide quadrangolare regolare la cui base coincide con una faccia del cubo. L'area totale del solido è 760 cm² e l'area di una faccia del cubo è 100 cm². Calcola il volume del solido e la sua massa, sapendo che è fatto di legno ($d = 0{,}75$ g/cm³).

Soluzione

Lo spigolo di base della piramide e della faccia del cubo è 10 cm. L'area laterale della piramide è $A_L = 760 - 5 \times 100 = 260$ cm². L'apotema della piramide è lungo $a = \dfrac{2A_L}{p_b} = \dfrac{2 \times 260}{10 \times 4} = 13$ cm. L'altezza della piramide è lunga $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm. Il volume del cubo è $V = 10^3 = 1000$ cm³. Il volume della piramide è $V = \dfrac{100 \times 12}{3} = 400$ cm³. Il volume totale del solido è quindi $V_{TOT} = 1000 + 400 = 1400$ cm³.

La massa del solido è $m = d \cdot V = 0{,}75 \times 1400 = 1050$ g.

9. Calcola la misura dell'altezza di un cilindro equilatero che ha il volume di $31{,}25\pi$ cm³.

Soluzione

Il volume di un cilindro equilatero è $V = r^2\pi \cdot 2r = 2\pi r^3$. Il raggio è quindi lungo $r = \sqrt[3]{\dfrac{31{,}25\pi}{2\pi}} = 2{,}5$ cm. L'altezza è lunga $h = 2r = 5$ cm.

10. Un cilindro ha l'area laterale di $11{,}2\pi$ cm² e l'altezza di 1,4 cm. Un cono ha il raggio uguale a quello del cilindro ed è equivalente a $\dfrac{16}{7}$ del cilindro. Calcola l'area totale del cono.

Soluzione

La circonferenza di base del cilindro è lunga $C = \dfrac{11{,}2\pi}{1{,}4} = 8\pi$ cm. Il raggio del cilindro e del cono è lungo quindi 4 cm. Il volume del cilindro è $V = 4^2\pi \cdot 1{,}4 = 22{,}4\pi$ cm^3. Il volume del cono è quindi $V = \dfrac{16}{7} \cdot 22{,}4\pi = 51{,}2\pi$ cm^3. L'altezza del cono è lunga $h = \dfrac{51{,}2\pi \cdot 3}{16\pi} = 9{,}6$ cm. L'apotema del cono è lungo $a = \sqrt{9{,}6^2 + 4^2} = 10{,}4$ cm. L'area laterale del cono è $A_L = \pi \cdot 4 \cdot 10{,}4 = 41{,}6\pi$ cm^2. L'area totale del cono è $A_{TOT} = 41{,}6\pi + 16\pi = 57{,}6\pi$ cm^2.

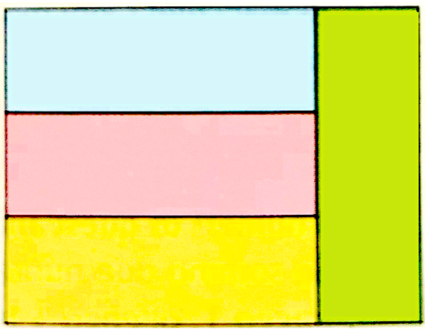
11. Un settore circolare avente l'ampiezza di 216° e l'area di 135π cm^2 rappresenta lo sviluppo della superficie laterale di un cono. Calcola il volume del cono.

Soluzione

L'area del cerchio che ha come raggio l'apotema del cono si ricava dalla seguente proporzione: $216 : 135\pi = 360 : x$, da cui $A_C = 225\pi$ cm^2. Il raggio del cerchio di cui fa parte il settore corrisponde all'apotema del cono, cioè $a = \sqrt{\dfrac{225\pi}{\pi}} = 15$ cm.

Sapendo che $A_{settore} = \dfrac{l \cdot r}{2}$, l'arco, cioè la circonferenza di base del cono è $C = \dfrac{2 \times 135\pi}{15} = 18\pi$ cm. Oppure, $r = \dfrac{A_L}{\pi a} = \dfrac{135\pi}{15\pi} = 9$cm. Il raggio di base del cono è quindi lungo 9 cm. L'altezza del cono è lunga $h = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ cm. Il volume del cono è $V = \dfrac{81\pi \cdot 12}{3} = 324\pi$ cm^3.

12. *Giochi matematici 2001*. "Questa scatola presenta quattro scomparti delle stesse dimensioni. Il suo perimetro è di 112 cm; qual è la sua area?" Si intende la sezione rettangolare della scatola. Imposta un'equazione per risolvere il problema.



Soluzione

Indichiamo con x la dimensione minore del rettangolo e con $x + \dfrac{1}{3}x$ quella maggiore. Il perimetro è quindi $x + x + x + x + \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}x = 112$ cm, da cui si ricava che $x = 24$ cm, la dimensione minore. La dimensione maggiore è lunga $24 + 8 = 32$ cm. L'area del rettangolo è $A = 24 \times 32 = 768$ cm^2.