VERIFICA DI MATEMATICA - 11 dicembre 2023 classe 2ªD

Nome: ________________________ **Cognome:** ________________________

Aritmetica

1. Estrai le seguenti radici mediante la scomposizione in fattori primi.

$$\text{a) } \sqrt[3]{8000} \qquad \text{b) } \sqrt[4]{20736} \qquad \text{c) } \sqrt{4096}$$

Soluzione

a) $\sqrt[3]{8000} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 5^3} = 2^2 \cdot 5 = 20$

b) $\sqrt[4]{20736} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3 = 12$

c) $\sqrt{4096} = \sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$

2. Calcola il valore delle seguenti radici applicando quando possibile le proprietà studiate.

$$\text{a) } \sqrt{144 : 4 \times 225} = \qquad \text{b) } \sqrt{1 : \frac{1}{25} : \frac{25}{4} \times \frac{1}{16}} = \qquad \text{c) } \sqrt{144 + 25} =$$

Soluzione

a) $\sqrt{144 : 4 \times 225} = \sqrt{144} : \sqrt{4} \times \sqrt{225} = 12 : 2 \times 15 = 90$

b) $\sqrt{1 : \frac{1}{25} : \frac{25}{4} \times \frac{1}{16}} = \sqrt{1} \times \sqrt{25} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} \times \frac{1}{\sqrt{16}} = 1 \times 5 \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

c) $\sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

3. Calcola il valore delle seguenti espressioni.

$$\text{a) } \sqrt{\frac{(5+3)^4 : 8^2}{14^2 \times 2^6}} = \qquad \text{b) } \sqrt{13 + 2 \times (2^2 \times 2^3 \times 5 - 2^4) - 12} - \sqrt{7 + \sqrt{324}} + (\sqrt{3})^2 =$$

Soluzione

a) $\sqrt{\frac{(5+3)^4 : 8^2}{14^2 \times 2^6}} = \sqrt{\frac{8^4 : 8^2}{7^2 \times 2^2 \times 2^6}} = \sqrt{\frac{8^2}{7^2 \times 2^8}} = \sqrt{\frac{2^6}{7^2 \times 2^8}} = \sqrt{\frac{1}{7^2 \times 2^2}} = \frac{1}{7 \times 2} = \frac{1}{14}$

b) $\sqrt{13 + 2 \times (2^2 \times 2^3 \times 5 - 2^4) - 12} - \sqrt{7 + \sqrt{324}} + (\sqrt{3})^2 =$

$\sqrt{13 + 2 \times (2^5 \times 5 - 2^4) - 12} - \sqrt{7 + 18} + 3 = \sqrt{13 + 2 \times (160 - 16) - 12} - \sqrt{25} + 3 =$

$= \sqrt{13 + 288 - 12} - 5 + 3 = \sqrt{289} - 5 + 3 = 17 - 5 + 3 = 15$

4. Semplifica la seguente espressione con radicali.

$$\sqrt{48} + 4\sqrt{3} - \sqrt{75} =$$

Soluzione

$\sqrt{48} + 4\sqrt{3} - \sqrt{75} = \sqrt{16 \times 3} + 4\sqrt{3} - \sqrt{25 \times 3} = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

5. Calcola il valore della seguente espressione con radicali, semplificando il più possibile.

$$3 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{54} : \sqrt{3} - \sqrt{18} : \sqrt{1} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} =$$

Soluzione

$3 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{54} : \sqrt{3} - \sqrt{18} : \sqrt{1} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{18} + 2\sqrt{18} - \sqrt{18} - \sqrt{18} =$
$3\sqrt{18} + 2\sqrt{18} - \sqrt{18} - \sqrt{18} = 3\sqrt{18} = 3\sqrt{9 \cdot 2} = 9\sqrt{2}$

6. *Giochi matematici 2011*. Un piccolo quadrato è molto invidioso di un altro quadrato, suo amico, che è molto cresciuto e la cui area supera la sua di 2001 cm². Quanto vale, al minimo, il lato del quadrato maggiore?

Soluzione

L'area del quadrato maggiore è uguale alla somma dell'area di quello minore più 2001 cm². Potremmo schematizzare ciò nella maniera seguente: $y^2 = x^2 + 2001$, indicando con y il lato del quadrato maggiore e con x quello del quadrato minore. Bisogna, quindi, trovare un quadrato perfetto che sommato a 2001 dia un altro quadrato perfetto e che sia il minimo possibile. Tale quadrato perfetto è 400, quindi l'area del quadrato maggiore è 2401 cm². Il lato del quadrato maggiore è lungo $l = \sqrt{A} = \sqrt{2401} = 49$ cm.

Geometria

7. Completa.

a) L'area di un triangolo si calcola applicando la seguente formula: $A = \dfrac{b \times h}{2}$.

b) L'area di un trapezio si calcola applicando la seguente formula: $A = \dfrac{(B + b) \times h}{2}$.

c) Scrivi la formula per calcolare la lunghezza dell'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo conoscendo i due cateti e l'ipotenusa. Questa formula non è altro che la formula inversa dell'area $h_i = \dfrac{c \times C}{i}$.

d) Considera un quadrato come rombo e dimostra, mediante la formula inversa dell'area, che $d = l\sqrt{2}$.

Soluzione

$A = \dfrac{d \times d}{2} = \dfrac{d^2}{2} \Rightarrow d = \sqrt{2A} = \sqrt{l^2 \times 2} = l\sqrt{2}$

8. Due lati consecutivi di un parallelogramma misurano 24 cm e 15 cm. Calcola la misura dell'altezza relativa al lato minore sapendo che la misura dell'altezza relativa al lato maggiore è 8 cm.

Soluzione

L'area del parallelogramma è $A = b \times h = 24 \times 8 = 192$ cm². L'altezza relativa al lato minore misura $h = \dfrac{A}{b} = \dfrac{192}{15} = 12{,}8$ cm.

9. L'area di un trapezio è 808,5 cm² e la sua altezza è lunga 21 cm. Calcola la misura delle due basi sapendo che una è i $\dfrac{5}{6}$ dell'altra.

Soluzione

La somma delle due basi del trapezio è lunga $B + b = \dfrac{2A}{h} = \dfrac{808{,}5 \times 2}{21} = 77$ cm.

La base maggiore è lunga $B = 77 : (5 + 6) \times 6 = 42$ cm e quella minore è lunga $b = 77 : (5 + 6) \times 5 = 35$ cm.

10. Un rombo ha il lato e l'altezza lunghi rispettivamente 60 cm e 57,6 cm. Calcola la misura della diagonale minore sapendo che la maggiore misura 96 cm.

Soluzione

L'area del rombo è $A = l \times h = 60 \times 57{,}60 = 3456$ cm². La diagonale minore è lunga $d = \dfrac{2A}{D} = \dfrac{3456 \times 2}{96} = 72$ cm.

11. L'area di un triangolo rettangolo è 2352 cm² e i cateti sono uno i $\dfrac{2}{3}$ dell'altro. Calcola l'area di un quadrato avente il perimetro uguale al doppio della somma delle misure dei due cateti.

Soluzione

L'unità frazionaria superficiale è $u.f.s. = \dfrac{2352 \times 2}{2 \times 3} = 784$ cm². L'unità frazionaria lineare è $u.f.l. = \sqrt{784} = 28$ cm. I due cateti misurano $c = 28 \times 2 = 56$ cm e $C = 28 \times 3 = 84$ cm. Il perimetro del quadrato misura $p = (56 + 84) \times 2 = 280$ cm. Il lato del quadrato è lungo $l = 280 : 4 = 70$ cm. L'area del quadrato è $A = l^2 = 70^2 = 4900$ cm².

12. *Giochi matematici 2008*. La base di un rettangolo è il doppio della sua altezza. Possiamo inoltre suddividere questo rettangolo in 200 quadrati uguali aventi ognuno un'area di 4 cm^2. Qual è il perimetro del rettangolo?

Soluzione

L'unità frazionari superficiale è $u.f.s = 100 \times 4 = 400$ cm^2, perché corrisponde a metà dell'area del rettangolo stesso. Quindi, l'altezza del rettangolo misura $h = \sqrt{400} = 20$ cm. La base del rettangolo è lunga 40 cm e il perimetro misura $p = (20 + 40) \times 2 = 120$ cm.