VERIFICA DI MATEMATICA - 12 febbraio 2024 classe 3ªD

Nome: ________________________ **Cognome:** ________________________

Algebra

1. Risolvi la seguente espressione letterale.

$$(a+2b)^2-(a+b)(a-b)+4a(2b-1)=$$

Soluzione

$(a+2b)^2-(a+b)(a-b)+4a(2b-1)=$

$a^2+4ab+4b^2-a^2+b^2+8ab-4a=-4a+12ab+5b^2$

2. Risolvi la seguente espressione letterale.

$$\left[\left(\frac{3}{5}a-\frac{10}{3}b\right)^2-\left(\frac{3}{5}a+\frac{10}{3}b\right)^2\right]^2:(-8ab)^2=$$

Soluzione

$$\left[\left(\frac{3}{5}a-\frac{10}{3}b\right)^2-\left(\frac{3}{5}a+\frac{10}{3}b\right)^2\right]^2:(-8ab)^2=$$

$$\left[\frac{9}{25}a^2-4ab+\frac{100}{9}b^2-\frac{9}{25}a^2-4ab-\frac{100}{9}b^2\right]^2:64a^2b^2=$$

$$\left[-8ab\right]^2:64a^2b^2=64a^2b^2:64a^2b^2=1$$

3. Risolvi e verifica la seguente equazione.

$$10x-8=5x-7$$

Soluzione

$$10x-8=5x-7\Rightarrow 10x-5x=8-7\Rightarrow x=\frac{1}{5}$$

Verifica: $10\times\frac{1}{5}-8=5\times\frac{1}{5}-7\Rightarrow 2-8=1-7\Rightarrow -6=-6$

4. Risolvi e verifica la seguente equazione.

$$x-2(x-2)+6=-3(x-3)+x$$

Soluzione

$x-2(x-2)+6=-3(x-3)+x \Rightarrow x-2x+4+6=-3x+9+x \Rightarrow x=-1$

Verifica: $x-2(x-2)+6=-3(x-3)+x \Rightarrow -1+6+6=12-1 \Rightarrow 11=11$

5. Risolvi e verifica la seguente equazione.

$$\frac{x-2}{3}-\frac{x+1}{6}-\frac{x+2}{2}=1+2x+\frac{1}{2}x$$

Soluzione

$\frac{x-2}{3}-\frac{x+1}{6}-\frac{x+2}{2}=1+2x+\frac{1}{2}x \Rightarrow$

$2x-4-x-1-3x-6=6+12x+3x \Rightarrow -17x=17 \Rightarrow x=-1$

Verifica: $-1-\frac{1}{2}=1-2-\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$

6. Risolvi e verifica la seguente equazione.

$$\frac{2x-3}{4}-\frac{2(x-3)}{3}+\frac{2}{3}x=\frac{x-2}{6}-\frac{1}{12}$$

Soluzione

$\frac{2x-3}{4}-\frac{2(x-3)}{3}+\frac{2}{3}x=\frac{x-2}{6}-\frac{1}{12} \Rightarrow$

$6x-9-8x+24+8x=2x-4-1 \Rightarrow 4x=-20 \Rightarrow x=-5$

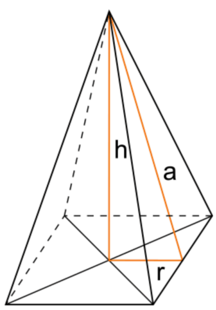
Verifica: $-\frac{13}{4}+\frac{16}{3}-\frac{10}{3}=-\frac{7}{6}-\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{-39+64-40}{12}=\frac{-14-1}{12} \Rightarrow -\frac{15}{12}=-\frac{15}{12}$

Geometria

7. Rispondi alle domande.

a) Disegna una piramide retta a base quadrata, evidenziando l'altezza, il raggio e l'apotema. Scrivi le formule per calcolare l'area della superficie laterale e il volume.

Soluzione

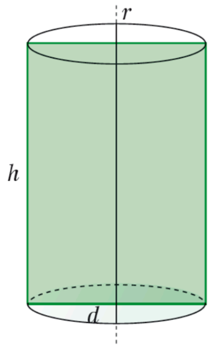


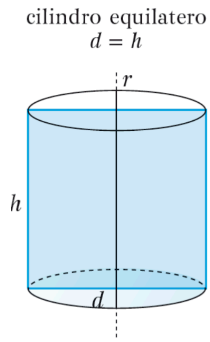
$A_L=\frac{p_b \times a}{2}$ e $V=\frac{A_b \times h}{3}$

b) Cosa si intende per cilindro equilatero? Disegnalo e ricava le formule per il calcolo dell'area superficiale e del volume.

Soluzione

Nel cilindro equilatero, l'altezza è congruente al diametro di base.





L'area laterale del cilindro equilatero è $A_L = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2$

L'area totale del cilindro equilatero è $A_{TOT} = 2\pi r \cdot 2r + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$

Il volume del cilindro equilatero è $V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$

8. Un cubo e un parallelepipedo rettangolo sono equivalenti; sapendo che le tre dimensioni del parallelepipedo rettangolo misurano rispettivamente 10 cm, 15 cm e 22,5 cm, calcola l'area della superficie laterale del cubo.

Soluzione

Il volume del cubo e del parallelepipedo è $V = 10 \times 15 \times 22{,}5 = 3375$ cm³. Lo spigolo del cubo misura $l = \sqrt[3]{3375} = 15$ cm. L'area laterale del cubo è $A_L = 15^2 \times 4 = 900$ cm².

9. In una piramide quadrangolare regolare l'altezza è $\frac{12}{7}$ dello spigolo di base e la loro somma misura 76 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume della piramide.

Soluzione

L'unità frazionaria è $76 : (12 + 7) = 4$ cm. L'altezza è lunga $h = 4 \times 12 = 48$ cm e lo spigolo di base è lungo $l = 4 \times 7 = 28$ cm. L'area di base è $A_b = 28^2 = 784$ cm². Il volume della piramide è $V = \frac{784 \times 48}{3} = 12544$ cm³. L'apotema è lungo $a = \sqrt{48^2 + 14^2} = 50$ cm. L'area laterale è $A_L = \frac{28 \times 4 \times 50}{2} = 2800$ cm². L'area totale è $A_{TOT} = 2800 + 784 = 3584$ cm².

10. L'area della superficie totale di un cilindro è 320π dm² e la circonferenza di base è lunga 20π dm. Calcola il volume del cilindro esprimendolo in m³.

Soluzione

Il raggio del cerchio di base è lungo $r = \dfrac{20\pi}{2\pi} = 10$ dm. L'area di base è $A = \pi \cdot 10^2 = 100\pi$ dm².

L'area laterale è $A_L = 320\pi - 200\pi = 120\pi$ dm². L'altezza del cilindro è lunga $h = \dfrac{120\pi}{20\pi} = 6$ dm. Il volume del cilindro è $V = 100\pi \cdot 6 = 600\pi$ dm³, cioè $0{,}6\pi$ m³.

11. Su un prisma a base quadrata poggia una piramide avente la base coincidente con quella del prisma. Sapendo che l'area della superficie totale del solido è 9720 cm², l'apotema della piramide e il lato di base misurano rispettivamente 39 cm e 30 cm, calcola la massa del solido ($d = 7{,}5\ g/cm^3$).

Soluzione

L'altezza della piramide misura $h = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36$ cm.

Il perimetro di base è lungo $P = 30 \times 4 = 120$ cm.

L'area laterale della piramide è $A_L = \dfrac{120 \times 39}{2} = 2340$ cm².

L'area della base è $A_b = 30^2 = 900$ cm².

L'area laterale del prisma è $A_L = 9720 - 900 - 2340 = 6480$ cm².

L'altezza del prisma misura $h = \dfrac{6480}{120} = 54$ cm.

Il volume della piramide è $V_{pir} = \dfrac{900 \times 36}{3} = 10800$ cm³.

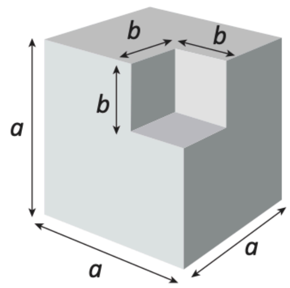
Il volume del prisma è $V_{pri} = 900 \times 54 = 48600$ cm³.

Il volume totale è $V_{TOT} = 10800 + 48600 = 59400$ cm³.

La massa del solido è $m = 59400 \times 7{,}5 = 445500$ g, cioè 445,5 kg.

12. *Prova Invalsi 2012-2013*. Spiega la tua risposta.

In figura è rappresentato un solido ottenuto da un cubo grande dal quale è stato tolto un cubo più piccolo.



Quale delle seguenti espressioni permette di calcolare il volume del solido ottenuto?

A. ☐ $6a^2 - 3b^2$

B. ☐ $3a^2 - 3b^2$

C. ☐ $(a - b)^3$

D. ☐ $a^3 - b^3$

Soluzione

La risposta corretta è la D. Infatti, il volume del cubo maggiore è a^3, a cui va tolto quello del cubo minore, che è b^3.