

VERIFICA DI MATEMATICA - 13 novembre 2023 classe 3^oD

Nome: _____ Cognome: _____

Algebra

1. Risolvi le seguenti operazioni in \mathbb{R} .

a) $-\left(-\frac{9}{2} + \frac{4}{3}\right) =$ b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$ c) $\sqrt{-16} =$ d) $\sqrt[3]{-27} =$ e) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} =$

Soluzione

a) $-\left(-\frac{9}{2} + \frac{4}{3}\right) = -\left(\frac{-27 + 8}{6}\right) = -\left(-\frac{19}{6}\right) = +\frac{19}{6}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$

c) $\sqrt{-16} =$ impossibile in \mathbb{R}

d) $\sqrt[3]{-27} = -3$

e) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

2. Risolvi la seguente espressione.

$$5 - [6 - (3 + 8 - 4) \times (-6 + 3 + 2) : (11 - 6 + 2) - 3] \times (-2) =$$

Soluzione

$$5 - [6 - (3 + 8 - 4) \times (-6 + 3 + 2) : (11 - 6 + 2) - 3] \times (-2) =$$

$$5 - [6 - 7 \times (-1) : 7 - 3] \times (-2) = 5 - [6 + 7 - 3] \times (-2) = 5 - 10 \times (-2) = 5 + 20 = +25$$

3. Risolvi la seguente espressione.

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - \left\{ \left[\left(\frac{4}{5} + \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{2}{5} + 1 \right] - \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \right\} : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) =$$

Soluzione

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - \left\{ \left[\left(\frac{4}{5} + \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{2}{5} + 1 \right] - \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \right\} : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) =$$

$$\frac{12 + 2}{8} - \left\{ \left[\frac{16 + 30 - 5}{20} \times \frac{2}{5} + 1 \right] - \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \right\} : \frac{5 + 4}{10} =$$

$$\frac{7}{4} - \left\{ \left[\frac{41}{20} \times \frac{2}{5} + 1 \right] - \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \right\} : \frac{9}{10} =$$

$$\frac{7}{4} - \left\{ \frac{91}{50} - \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \right\} \times \frac{10}{9} = \frac{7}{4} - \frac{91 - 40 + 75}{50} \times \frac{10}{9} =$$

$$\frac{7}{4} - \frac{126}{50} \times \frac{10}{9} = \frac{7}{4} - \frac{14}{5} = \frac{35 - 56}{20} = -\frac{21}{20}$$

4. Risolvi la seguente espressione.

$$\frac{\left[\left(\frac{2}{5} \right)^4 \times \left(\frac{15}{4} \right)^4 \times \left(\frac{1}{9} \right)^4 \right]^{-2} : \left(\frac{1}{6} \right)^{-6} \times 6^{-2}}{\left(-\frac{2}{3} \right)^2 \times (-1)^7 \times \left(-\frac{3}{2} \right)^4} =$$

Soluzione

$$\frac{\left[\left(\frac{2}{5} \right)^4 \times \left(\frac{15}{4} \right)^4 \times \left(\frac{1}{9} \right)^4 \right]^{-2} : \left(\frac{1}{6} \right)^{-6} \times 6^{-2}}{\left(-\frac{2}{3} \right)^2 \times (-1)^7 \times \left(-\frac{3}{2} \right)^4} =$$

$$\frac{\left[\left(\frac{2}{5} \times \frac{15}{4} \times \frac{1}{9} \right)^4 \right]^{-2} : 6^6 \times 6^{-2}}{\frac{4}{9} \times (-1) \times \frac{81}{16}} = \frac{6^8 : 6^6 \times 6^{-2}}{-\frac{9}{4}} = 1 \times \left(-\frac{4}{9} \right) = -\frac{4}{9}$$

5. Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri e indica il loro ordine di grandezza.

- a) 3200789 b) 0,00000062 c) 0,0000451 d) 50000000

Soluzione

a) Notazione scientifica: $3,200789 \times 10^6$ - Ordine di grandezza: 10^6

b) Notazione scientifica: $6,2 \times 10^{-7}$ - Ordine di grandezza: 10^{-6}

c) Notazione scientifica: $4,51 \times 10^{-5}$ - Ordine di grandezza: 10^{-5}

d) Notazione scientifica: $5,0 \times 10^7$ - Ordine di grandezza: 10^8

6. *Invalsi 2010-2011*. Spiega la tua risposta.

La formula $L = L_0 + K \times P$ esprime la lunghezza L di una molla al variare del peso P applicato. L_0 rappresenta la lunghezza in centimetri “a riposo” della molla; K indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso.

Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:

“È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)”?

- A. $L = 10 + 0,5 \times P$
- B. $L = 10 + 7 \times P$
- C. $L = 80 + 0,5 \times P$
- D. $L = 80 + 7 \times P$

Soluzione

La risposta corretta è la A. Infatti, la molla è corta, quindi L_0 deve essere piccolo ed essendo dura, si allunga poco e quindi anche K deve essere il valore più piccolo.

Geometria

7. Una circonferenza è lunga 26π cm. Calcola l'area del cerchio da essa delimitato.

Soluzione

Il raggio è lungo $r = \frac{C}{2\pi} = \frac{26\pi}{2\pi} = 13$ cm. L'area del cerchio è quindi $A = \pi r^2 = 169\pi$ cm².

8. Calcola l'area di un settore circolare avente un'ampiezza di 120° appartenente a un cerchio delimitato da una circonferenza lunga 54π cm.

Soluzione

Il raggio è lungo $r = \frac{C}{2\pi} = \frac{54\pi}{2\pi} = 27$ cm. L'area del cerchio è quindi $A = \pi r^2 = 729\pi$ cm².

L'area del settore sarà un terzo di quella del cerchio in quanto $360^\circ : 120^\circ = 3$, quindi l'area del settore è $A_S = 729\pi : 3 = 243\pi$ cm².

9. Dato un punto P esterno a una circonferenza, sia \overline{PA} il segmento di tangenza alla circonferenza e \overline{PO} la distanza di P dal centro della circonferenza. Sapendo che $\overline{PA} = 24$ cm e $\overline{PO} = 25$ cm, calcola la lunghezza della circonferenza e l'area del cerchio.

Soluzione

Il raggio della circonferenza è $r = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$ cm. La circonferenza è lunga $C = 2\pi r = 14\pi$ cm e l'area è $A = \pi r^2 = 49\pi$ cm².

10. Calcola l'area di un segmento circolare corrispondente a un angolo al centro ampio 300° e appartenente a un cerchio avente l'area di $3600\pi \text{ cm}^2$.

Soluzione

Il raggio del cerchio è lungo $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{3600\pi}{\pi}} = 60 \text{ cm}$. L'area del settore è

$$A_S = \frac{3600\pi \times 300^\circ}{360^\circ} = 3000\pi \text{ cm}^2. \text{ L'area del triangolo (equilatero) che fa parte del settore è}$$

$$A_T = 60 \times \frac{60\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = 900\sqrt{3} \text{ cm}^2. \text{ L'area del segmento è } A_{SEGM.} = (3000\pi + 900\sqrt{3}) \text{ cm}^2.$$

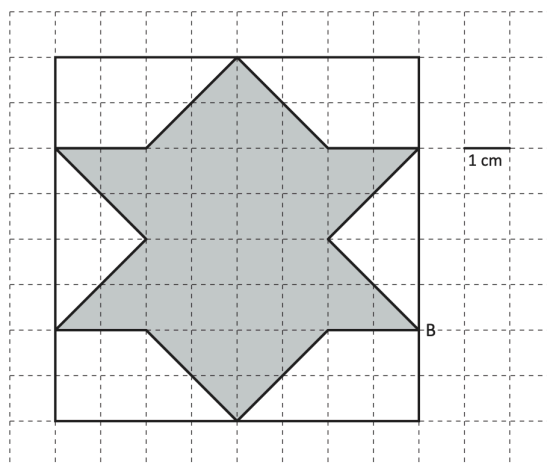
11. Da un foglio di compensato si vogliono ricavare cerchi di diametro 16 cm. Se le dimensioni del foglio sono 4 m e 6 m, quanti cerchi al massimo si possono ricavare? Qual è l'area del compensato rimasto? (Indica solo l'operazione da svolgere per rispondere alla seconda domanda non avendo la calcolatrice a disposizione).

Soluzione

Dato che $4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$ e $6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$, possiamo ricavare $400 : 16 = 25$ cerchi in una dimensione e $600 : 16 = 37,5$ cioè 37 cerchi nell'altra dimensione, per un totale di $25 \times 37 = 925$ cerchi. L'area di compensato che rimane è $(240000 - 64\pi \times 925) \text{ cm}^2$, circa $5,4 \text{ m}^2$.

12. *Invalsi 2014-2015*. Spiega la tua risposta.

D11. Osserva la seguente figura formata da un quadrato al cui interno è disegnato un poligono di colore grigio.



a. Qual è l'area del poligono grigio?

Risposta: cm^2

b. **Disegna una diagonale del quadrato. La diagonale è asse di simmetria del poligono grigio?**

- A. Sì, perché la diagonale divide il poligono grigio in due parti uguali e simmetriche
- B. Sì, perché la diagonale è asse di simmetria del quadrato
- C. No, perché il poligono grigio non ha assi di simmetria
- D. No, perché il simmetrico di B rispetto alla diagonale non è un vertice del poligono grigio

Soluzione

L'area del quadrato è 64 cm^2 . L'area da togliere (quella bianca) è la somma di quella di due triangoli isosceli e quattro trapezi rettangoli, cioè $8 + 24 = 32 \text{ cm}^2$. L'area grigia è quindi $64 - 32 = 32 \text{ cm}^2$.
La risposta al quesito b) è la lettera D.