

## VERIFICA DI MATEMATICA - 15 gennaio 2024 classe 3<sup>a</sup>D

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_

### Algebra

1. Risolvi i seguenti prodotti notevoli.

$$\text{a) } (-2a + 3b)^2 = \quad \text{b) } \left(\frac{2}{5}a - 3\right)\left(\frac{2}{5}a + 3\right) = \quad \text{c) } (3a - b)^3 =$$

#### Soluzione

$$\text{a) } (-2a + 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

$$\text{b) } \left(\frac{2}{5}a - 3\right)\left(\frac{2}{5}a + 3\right) = \frac{4}{25}a^2 - 9$$

$$\text{c) } (3a - b)^3 = 27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3$$

2. Risolvi le seguenti operazioni letterali.

$$\text{a) } (a^2 + 3a + 2)(a - 1) = \quad \text{b) } \left(24x^2y^2 - 8x^2y^3 + \frac{3}{4}x^2y^4\right) : \left(\frac{8}{3}x^2y^2\right) =$$

#### Soluzione

$$\text{a) } (a^2 + 3a + 2)(a - 1) = a^3 - a^2 + 3a^2 - 3a + 2a - 2 = a^3 + 2a^2 - a - 2$$

$$\text{b) } \left(24x^2y^2 - 8x^2y^3 + \frac{3}{4}x^2y^4\right) : \left(\frac{8}{3}x^2y^2\right) = 9 - 3y + \frac{9}{32}y^2$$

3. Risolvi la seguente espressione letterale.

$$(2a + b)^2 - 3a(a + b) + (10ab^3 + 15ab^3) : 5ab =$$

#### Soluzione

$$(2a + b)^2 - 3a(a + b) + (10ab^3 + 15ab^3) : 5ab =$$

$$4a^2 + 4ab + b^2 - 3a^2 - 3ab + 25ab^3 : 5ab = a^2 + ab + b^2 + 5b^2 = a^2 + ab + 6b^2$$

4. Risolvi la seguente espressione letterale.

$$\left(2x - \frac{2}{3}y\right)^2 - \left[4\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\right] + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x + y\right)^2 + 6xy =$$

#### Soluzione

$$\left(2x - \frac{2}{3}y\right)^2 - \left[4\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\right] + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x + y\right)^2 + 6xy =$$

$$\begin{aligned}
& 4x^2 - \frac{8}{3}xy + \frac{4}{9}y^2 - \left[ 4x^2 + 4xy + y^2 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9}y^2 \right] + \frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{2}{3}y^2 + 6xy = \\
& 4x^2 - \frac{8}{3}xy + \frac{4}{9}y^2 - 4x^2 - 4xy - y^2 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{2}{3}y^2 + 6xy = \\
& -\frac{8}{3}xy + \frac{4}{9}y^2 - 4xy - y^2 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{2}{3}y^2 + 6xy = \\
& \frac{-8 - 12 + 2 + 18}{3}xy + \frac{4 - 9 - 1 + 6}{9}y^2 + \frac{3 + 2}{12}x^2 = \frac{5}{12}x^2
\end{aligned}$$

5. Un trapezio rettangolo ha la base maggiore e la base minore lunghe  $10a$  e  $4a$ . Sapendo che l'altezza è lunga  $8a$ , scrivi le espressioni del perimetro e dell'area del trapezio e calcolane i valori per  $a = 2$  cm.

### Soluzione

La proiezione del lato obliquo sulla base maggiore in funzione di  $a$  è  $10a - 4a = 6a$ . Il lato obliquo in funzione di  $a$  è uguale a  $l_{ob} = \sqrt{(8a)^2 + (6a)^2} = \sqrt{100a^2} = 10a$ . Il perimetro del trapezio in funzione di  $a$  è uguale a  $p = 10a + 10a + 4a + 8a = 32a$ . Se  $a = 2$  cm, allora il perimetro è lungo  $p = 32 \times 2 = 64$  cm.

L'area in funzione di  $a$  è uguale a  $A = \frac{(10a + 4a) \cdot 8a}{2} = 56a^2$ . Se  $a = 2$  cm, allora l'area è  $A = 56a^2 = 56 \times 4 = 224$  cm<sup>2</sup>.

6. *Allenamento Invalsi (2022-2023)*. Giustifica la tua risposta.

**A dicembre il prezzo di un paio di scarpe era 115 euro. A febbraio, con i saldi, le scarpe sono state scontate del 30%. L'ultimo giorno di saldi, il prezzo scontato subisce un ulteriore sconto del 40%.**

**Qual è il prezzo delle scarpe l'ultimo giorno di saldi?**

- A.  69 euro
- B.  34,50 euro
- C.  48,30 euro
- D.  80,50 euro

### Soluzione

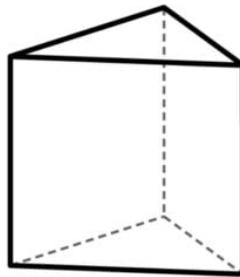
La risposta corretta è la C. Lo sconto a febbraio è  $\frac{115}{100} \times 30 = 34,5$  euro. Il costo a febbraio è quindi di  $115 - 34,5 = 80,5$  euro. Lo sconto finale è di  $\frac{80,5}{100} \times 40 = 32,2$  euro. Il prezzo finale è  $80,5 - 32,2 = 48,30$  euro.

### Geometria

7. Disegna un prisma a base triangolare e verifica la relazione di Eulero tra il numero di facce, spigoli e vertici.

#### Soluzione

La relazione di Eulero per il prisma a base triangolare è  $F + V = S + 2 \Rightarrow 5 + 6 = 9 + 2 = 11$ .



8. Un prisma retto ha l'area totale di  $968 \text{ cm}^2$ . La sua base è un rombo avente il perimetro di  $52 \text{ cm}$  e una diagonale di  $10 \text{ cm}$ . Calcola la misura dell'altezza e il volume del prisma.

#### Soluzione

Il lato del rombo di base è lungo  $52 : 4 = 13 \text{ cm}$ . La metà della diagonale maggiore è lunga  $\sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$ . La diagonale maggiore è quindi lunga  $24 \text{ cm}$ . L'area di base è  $A = \frac{24 \times 10}{2} = 120 \text{ cm}^2$ . L'area laterale del prisma è  $A_L = 968 - 120 \times 2 = 728 \text{ cm}^2$ . L'altezza del prisma è  $h = \frac{728}{52} = 14 \text{ cm}$ . Il volume del prisma è  $120 \times 14 = 1680 \text{ cm}^3$ .

9. La diagonale di un parallelepipedo rettangolo misura  $29 \text{ cm}$ , il perimetro della base è  $56 \text{ cm}$  e le dimensioni di base sono una i  $\frac{3}{4}$  dell'altra. Calcola il volume e la massa in chilogrammi del solido, supponendo che sia di vetro ( $d = 2,5 \text{ g/cm}^3$ ).

#### Soluzione

L'unità frazionaria lineare per calcolare le dimensioni del rettangolo di base è  $56 : 4 = 14 \text{ cm}$ . Le dimensioni del rettangolo di base sono quindi lunghe  $12 \text{ cm}$  e  $16 \text{ cm}$ , rispettivamente. L'altezza del parallelepipedo si può calcolare con la formula inversa della lunghezza della sua diagonale, cioè

$\sqrt{29^2 - 12^2 - 16^2} = 21$  cm. L'area di base è  $A = 12 \times 16 = 192$  cm<sup>2</sup>. Il volume del parallelepipedo è  $192 \times 21 = 4032$  cm<sup>3</sup>.

La massa del parallelepipedo è  $m = 2,5 \times 4032 = 10080$  g = 10,08 kg.

10. Il volume di un cubo è 4096 cm<sup>3</sup>. Calcola la misura dello spigolo e della diagonale del cubo, l'area della superficie laterale e quella totale del solido.

**Soluzione**

Lo spigolo del cubo è lungo  $\sqrt[3]{4096} = 16$  cm. La diagonale del cubo è lunga  $d = 16\sqrt{3}$  cm. L'area laterale è  $A_L = 16^2 \times 4 = 1024$  cm<sup>2</sup> e quella totale è  $A_{TOT} = 16^2 \times 6 = 1536$  cm<sup>2</sup>.

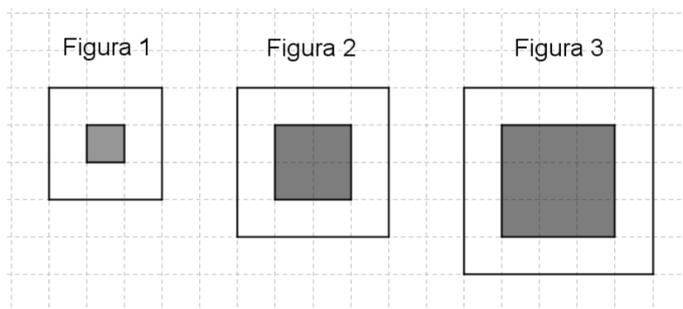
11. In una vasca a forma di cubo sono stati versati 162 litri di acqua che la riempie per  $\frac{3}{4}$  del suo volume. Calcola l'area laterale della vasca.

**Soluzione**

Sappiamo che 162 litri sono 162 dm<sup>3</sup>. Il volume della vasca è  $162 : \frac{3}{4} = 216$  cm<sup>3</sup>. Lo spigolo del cubo è quindi  $\sqrt[3]{216} = 6$  cm. L'area laterale della vasca è  $A_L = 6^2 \times 4 = 144$  cm<sup>2</sup>.

12. *Allenamento Invalsi (2022-2023)*. Giustifica la tua risposta.

Queste sono le prime tre figure di una sequenza. Ogni figura della sequenza è **sempre** composta da un quadrato grigio circondato da una cornice di quadretti bianchi.



- a. Nella figura 10 della sequenza il quadrato grigio è formato da 100 quadretti. Quanti sono i quadretti bianchi della sua cornice?
- Risposta: ..... quadretti bianchi
- b. Quale tra le seguenti formule esprime il numero dei quadretti bianchi  $B$  della cornice della Figura  $n$  della sequenza?

- A.   $B = 4(n+1)$
- B.   $B = 2(n+1)$
- C.   $B = n^2 + 2$
- D.   $B = n^2 + 4$

## Soluzione

a) 44

b) A